

## ACCEDE - INGENIERÍA CIVIL

### PROBLEMA N° 1

#### SITUACIÓN

La viga continua de hormigón armado de 2 tramos de 20 m de luz que se ilustra en la Figura adjunta está sometida a una **carga permanente** uniformemente distribuida de 1.5 t/m. Se conoce como dato que dicha carga produce una reacción (hiperestática) en el apoyo central de 37.5 t. En esas condiciones, toda la viga tiene una temperatura uniforme de 20°C.

Se requiere calcular las **solicitaciones parciales y totales** en la viga para diversos estados de carga que se producen como consecuencia de los siguientes efectos:

- Reemplazo de los apoyos centrales, y
- Solicitaciones adicionales debido al calentamiento uniforme de la cara superior en toda su longitud, de manera que la temperatura inicial igual a 20°C pasa en dicha cara a 40 °C, mientras que la cara inferior de los nervios se mantiene a la temperatura inicial de 20 °C. A los efectos del cálculo, suponga que la variación de temperatura entre la cara superior y la inferior es lineal con la altura.

#### INFORMACIÓN A TENER EN CUENTA

Momento de inercia de la sección transversal de la viga  $J = 0.021 \text{ m}^4$

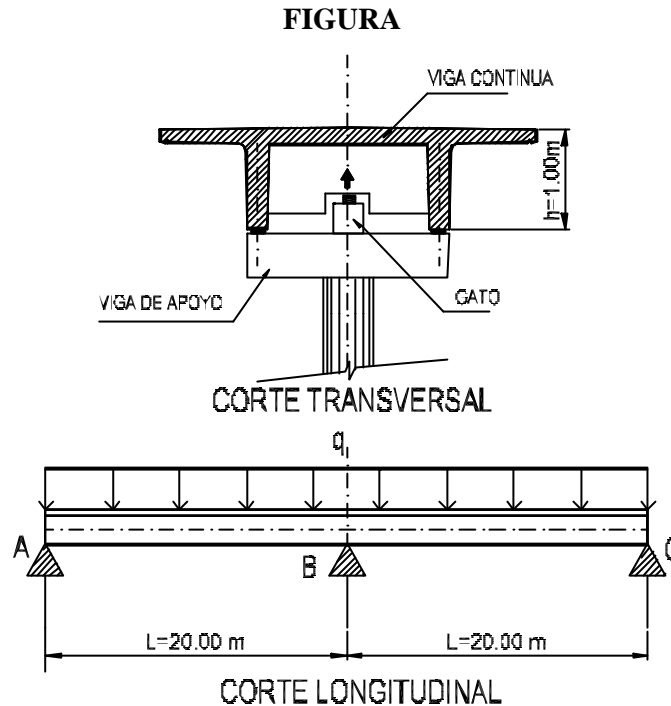
Módulo elástico del hormigón  $E = 3 \times 10^6 \text{ t/m}^2$

Luz de cada tramo:  $L = 20 \text{ m}$

Efecto térmico:

Temperatura de la cara superior de la viga:  $T = 40 \text{ °C}$

Temperatura de la cara inferior de los nervios de la viga:  $T = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$   
 Suponer variación lineal de la temperatura entre la cara superior y la inferior  
 Coeficiente de dilatación del hormigón  $\alpha = 1 \times 10^{-5}\text{ }1/^{\circ}\text{C}$   
 Altura total de la sección transversal de la viga:  $h = 1.0\text{ m}$



**NOTA: Los apoyos en las secciones A y C son deslizantes (permiten deslizamiento horizontal), y el apoyo en B es una articulación fija**

**SUBPROBLEMA 1.1**

Trazar los diagramas de **momento flector** y de **esfuerzo de corte** en toda la viga correspondientes a la carga permanente uniformemente distribuida, definiendo los puntos más significativos de dichos diagramas y la ley de variación en cada caso.

**RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 1.1**

Momento flector en el centro del tramo para cargas permanentes:  
 Reacción isostática en apoyos laterales o extremos:  $1.5\text{ t/m} \times 20\text{ m} / 2 = 15\text{ t.m}$   
 Reacción isostática en el apoyo central:  $1.5\text{ t/m} \times 20\text{ m} / 2 \times 2 = 30\text{ t.m}$   
 Reacción en el apoyo central (dado como dato) :  $37.5\text{ t}$   
 Reacción hiperestática en el apoyo central:  $37.5 - 30\text{ tm} = 7.5\text{ t.m}$   
 Reacción en los apoyos laterales:  $15\text{ tm} - 3.75\text{ tm} = 11.25\text{ t.m}$   
 Momento en apoyo central para la carga permanente:  $11.25\text{ m} \times 20\text{ m} - 1.5\text{ t/m} \times 20\text{m}^2 / 2 = -75\text{ t.m}$

Momento flector en la viga sobre el apoyo central =  $-75.0\text{ t.m}$

Diagrama de momento flector: 1) Es nulo en los apoyos laterales, 2) al centro de cada tramo es igual a:  $11.25 \times 10 - 1.5 \times 10^2 / 2 = 112.5 - 1.5 \times 100 / 2 = 37.5$  t.m, y 3) Sobre el apoyo central = -75 t.m. Variación parabólica de segundo grado entre esos puntos. Es el mismo diagrama para ambos tramos de la viga.

Diagrama de esfuerzo de corte: 1) Corte en el apoyo lateral izquierdo: 11.25 t; 2) Corte al centro de cada tramo:  $11.25 - 1.5 \times 10 = -3.75$  t; 3) Corte en el apoyo central:  $-37.5 / 2 = -18.75$  t. Variación lineal entre esos puntos. Similar, pero de signos cambiados para el tramo derecho de la viga

### SUBPROBLEMA 1.2

A los efectos de cambiar los dispositivos de apoyo del apoyo "B" se debe levantar la viga con un gato en correspondencia con dicho apoyo (ver figura). Calcular la fuerza necesaria para levantar la viga 0.03 m en la sección central (B) con la ayuda de un gato ubicado en la posición indicada en la Figura, y calcular el momento flector adicional en esta sección producido por dicho levantamiento

### RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 1.2

La fuerza necesaria para levantar 0.03 m la viga en el apoyo central se puede calcular con el método de Trabajos Virtuales, o con el Método de Rigidez, ya sea resolviendo las ecuaciones simultáneas o con el Método de Cross.

$$\Delta P = K_p \times u = 2 \times 3 EI / L^3 \times u = 47.25 \text{ t/m} \times 0.03 \text{ m} = 1.417 \text{ t}$$

El incremento del momento flector en la viga en correspondencia con el apoyo central será:

$$\Delta M = \Delta P \times L / 2 = -14.175 \text{ t.m}$$

La **fuerza necesaria** para levantar 0.03 m el apoyo central es de 1.4175 t y el **momento flector adicional** en la sección central es de -14.175 t.m

### SUBPROBLEMA 1.3

Calcular el **desplazamiento máximo** hacia arriba que podría imponerse a la viga en la sección B sin que el **momento flector total** en la sección de dicho apoyo supere el valor de 150 t.m. Para dicho valor del desplazamiento, verifique **si es necesario anclar en dirección vertical** los apoyos laterales para evitar que los extremos de la viga se despeguen de los apoyos

### RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 1.3

$$\text{Momento adicional máximo } \Delta M_{\text{máx}} = -150 \text{ tm} - (-75) \text{ tm} = -75 \text{ t.m}$$

$$\text{Desplazamiento máximo} = \Delta M_{\text{máx}} / 14.175 \times 0.03 = 0.159 \text{ m}$$

$$\text{Disminución de la reacción en el apoyo extremo} = \Delta M_{\text{máx}} / L = -75 \text{ tm} / 20 \text{ m} = -3.75 \text{ t.m}$$

$$\text{Reacción total en el apoyo extremo} = 11.25 \text{ t} - 3.75 \text{ t} = 7.5 \text{ t} \text{ (No se levanta)}$$

El desplazamiento máximo para alcanzar el momento admisible en el apoyo central es de 0.159 m y el apoyo extremo no alcanza a levantarse, por lo que no es necesario anclar verticalmente los apoyos laterales.

#### **SUBPROBLEMA 1.4**

Para la viga con sus tres apoyos nivelados, es decir en su condición inicial (pregunta 1)), calcule el momento **flector total** de la viga en la sección del apoyo central y las **reacciones totales** en los tres apoyos, cuando adicionalmente a la carga permanente se introduce a lo largo de ambos tramos de la viga el efecto térmico consistente en el gradiente térmico de + 20 °C entre la cara superior e inferior de la viga descrito en el ENUNCIADO y DATOS del problema.

#### **RESPUESTA AL SUBPROBLEMA 1.4**

Si los extremos de cada tramo estuvieran empotrados al giro, el momento uniforme debido al gradiente térmico:  $M_T = EI \kappa = 3 \times 10^6 \times 0.021 \times -0.0002 = -12.6 \text{ t.m}$

siendo la curvatura  $\kappa = -\Delta T \cdot \alpha / h = -20 \times 1 \times 10^{-5} / 1.0 = -0.0002 \text{ 1/m}$

Como los apoyos laterales o extremos están articulados, la redistribución de momentos incrementa el momento flector al centro en el 50 % del correspondiente al empotramiento perfecto, es decir que el incremento total de momento flector en el apoyo central debido al efecto térmico será  $12.6 \times 1.5 = 18.9 \text{ t.m}$ .

El **momento flector total** en el apoyo central de la viga será:  $-75 + 18.9 = -56.1 \text{ t.m}$

La **reacción total en el apoyo central** será:  $37.5 \text{ t} - 18.9 / 20 \times 2 = 35.61 \text{ t}$

Las **reacciones totales en los apoyos laterales o extremos** son:  $11.25 + 18.9 / 20 = 12.195 \text{ t}$ .